Урок «Рациональные неравенства» 9 класс

Учитель математики МОУ СШ №57 г. Волгограда

Батенкова В.В.

Цель: повторить основные методы решения неравенств и познакомить с методом «лепестков» при решении рациональных неравенств

1. Актуализация. (10-15 минут)

1) Разделите неравенства на группы:

I – линейные , II – квадратные, III - рациональные

1. $2x - 3(x - 7) > 15$
2. $(x-1)^2(4x+8)(2x-3) \geq 0$
3. $\frac{2x+1}{3} - \frac{3x-1}{2} > 1$
4. $x(7 - x) \geq 0$
5. $2x^2 - 5x < 3$
6. $\frac{6x-5}{4x+1} < 0$
7. $7x + 3 \leq 30 - 2x$
8. $\frac{x(x+3)}{2-x} \geq 0$
9. $x - x^2 + 2 \geq 0$
10. $\frac{x^2+6x+9}{x^2-6x} \leq 0$

Вопросы учителя:

1. ***Как решать линейные неравенства?*** (так же, как и линейные уравнения; известные в одну сторону, неизвестные в другую, при делении на «-» меняется знак неравенства)
2. ***Что нам помогает решить квадратное неравенство?*** (парабола)
   Как она помогает? (помогает быстро расставить знаки в зависимости от расположения ветвей)
3. ***Какой метод применяется при решении рациональных***

неравенств? (Метод интервалов)

2) Решите устно линейные неравенства:

3x > -9 x > -3; x ϵ (-3; +∞)

-4x ≥ 12 x ≤ -3; x ϵ (-∞; -3]

-0,01x ≤ -10 x ≥ 1000; x ϵ [1000; +∞)

$\frac{1}{5}$x ≤ -2 x ≤ -10; x ϵ (-∞; -10]

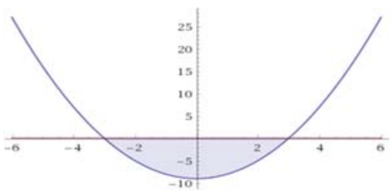
2x + 4 > 1 x > -1,5; x ϵ (-1,5; +∞)

3) Решите устно квадратные неравенства:

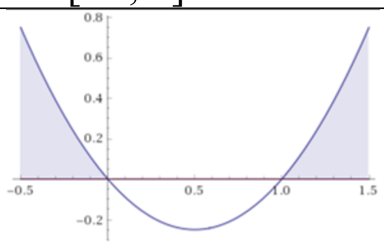
<table>
<tr>
<td>1. $x^2 \leq 9$</td>
<td>

$x^2 - 9 \leq 0$

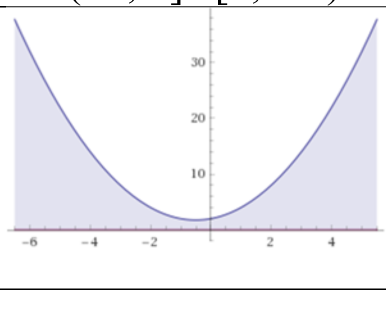
(x – 3)(x + 3) ≤ 0



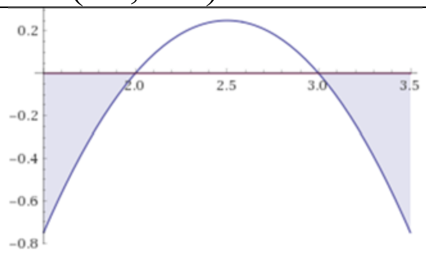
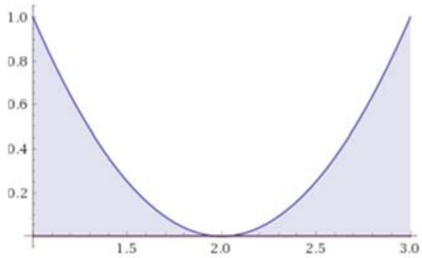
x ϵ [- 3; 3]
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. x(x – 1) ≥ 0</td>
<td>



x ϵ (-∞; 0]U[1; +∞)
</td>
</tr>
<tr>
<td>3. x^2 + x + 2 > 0</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

	$x \in (-\infty; +\infty)$
4. $-x^2 + 5x - 6 < 0$	 $x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$
5. $x^2 - 4x + 4 > 0$	При $x = 2$ $(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x \neq 2$ 

Обсудили ответы.

Откройте тетради и давайте решим рациональные неравенства

4) Решите рациональные неравенства

1) $\frac{x-2}{x+3} \geq 0$
2) $\frac{(x-2)^2}{x+3} \geq 0$

При каких значениях переменной х эта дробь не существует? (не имеет смысла)

Если знаменатель дроби = 0.

Значит, . . .

Ответы:

1) $x \in (-\infty; -3) \cup [2; +\infty)$
2) $x \in (-3; +\infty)$

Вопросы учителя:

1. ***Что вы заметили при решении данных неравенств?*** (знаки могут не чередоваться)
2. ***Как вы думаете, от чего это зависит?*** (от степени)

3. ***Эта ситуация осложняет решение неравенств? Чем?*** (да, теперь знаки функции необходимо проверять на каждом интервале!)
4. ***А может, есть способ, все- таки не менять привычный алгоритм решения?*** (возможно есть)

Давайте попробуем сформулировать тему урока.

2. *Изучение нового. Метод «Лепестков» (10 мин)*

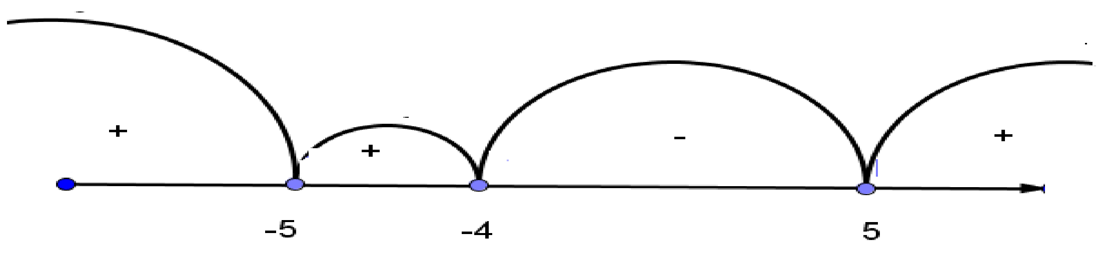
Итак, причина затруднения применения метода интервалов: не чередуются знаки на интервалах, что приводит к необходимости проверки знаков функции на каждом интервале.

Давайте решим следующее неравенство:

$(x-5)(x+4)\ (x+5)^2 \le 0$

$(x-5)(x+4)\ (x+5)^2 = 0$

$x_1 = 5,\ x_2 = -4,\ x_3 = -5$



$x \in \{-5\} \cup [-4;\ 5]$

Некоторые ученики могут забыть про x = - 5.

Вызвать к доске двух учеников (того, кто решил правильно и того, кто забыл про -5). Разбираем.

А теперь подумаем, как нам сделать так, чтобы не забыть про x = -5

Давайте попробуем решить это неравенство иначе, доразложим его на множители

$(x-5)(x+4)\ (x+5)(x+5) \le 0$

$x_1 = 5$, $x_2 = -4$, $x_3 = -5$, $x_4 = -5$.

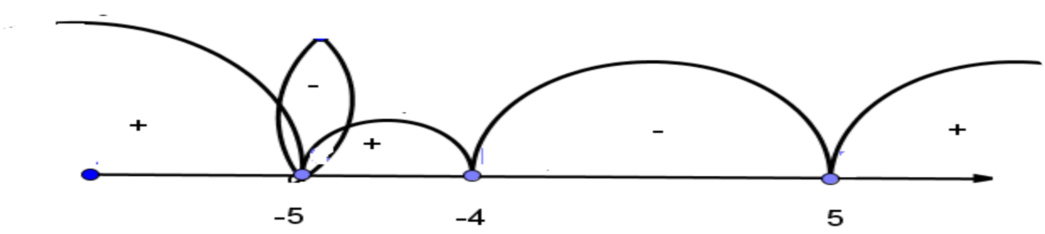
Получаем, что $x = -5$ встречается 2 раза, т.е. точка накладывается сама на себя.

Должен ли здесь быть интервал? (да)

А можно ли вот так изобразить этот интервал? (изобразить лепесток)

На что это похоже? (лепесток, лучик, цветок)

Как вы думаете, какое название у данного метода? (метод лепестков)



Чередуя, расставим знаки в каждом интервале, учитывая и интервал с началом и концом в точке-5, и по рисунку запишем решение исходного неравенства.

Ответ: {-5} U [-4; 5]

3. Закрепление. (15 мин)

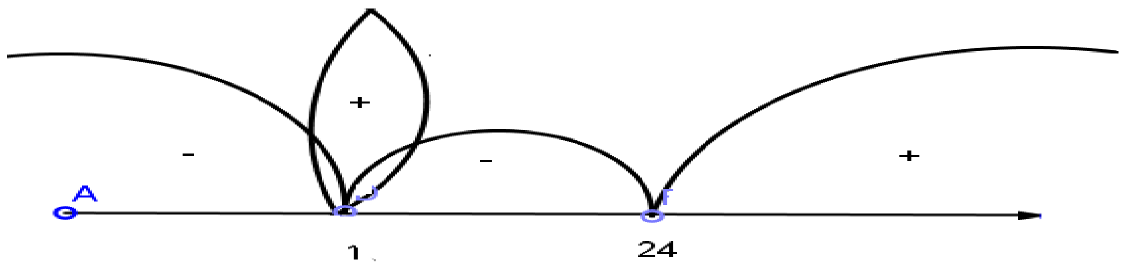
Примеры:

№1 $(x-1)^2(x-24)<0$

$(x-1)^2(x-24) = 0$

$x = 24$; $x = 1$- корень встречается 2 раза

В точке $x = 1$ дорисуем 1 «лепесток».



Определим знак на любом промежутке, например (-∞; 1) и, чередуя, проставим знаки.

Ответ: (-∞; 1) U (1;24)

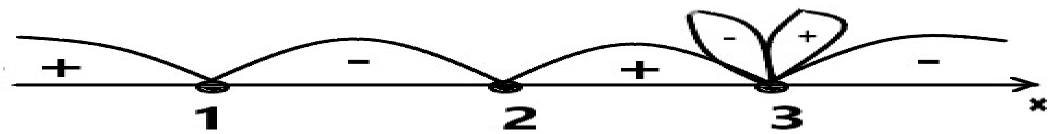
№ 2. $(x-1)(3-x)^3(x-2) \le 0$

$(x-1)(3-x)^3(x-2) = 0$

x = 1; x = 2; x = 3 – корень встречается 3 раза

В точке x = 3 дорисуем 2 «лепестка».

Определим знак на любом промежутке, например (-∞; 1) и, чередуя, проставим знаки.



Ответ: [1; 2]U [3; +∞)

№ 3. $\frac{(x^2-6x+9)}{(x-6)^3} \ge 0$

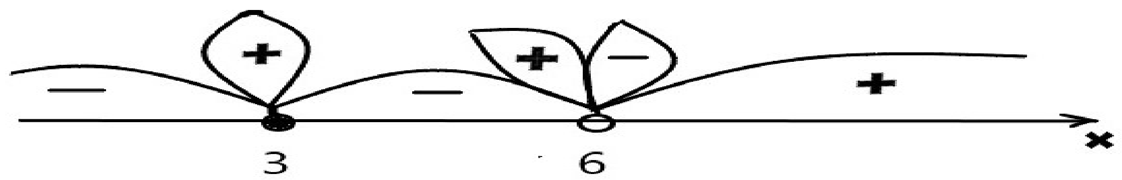
$$\frac{(x^2-6x+9)}{(x-6)^3} = 0$$

$$\frac{(x-3)^2}{(x-6)^3} = 0$$

А что мы должны учесть, когда у нас дробно-рациональное уравнение? (знаменатель отличен от 0)

А как это изобразить на рисунке? (точки знаменателя будут пустые)

x = 3; x ≠ 6

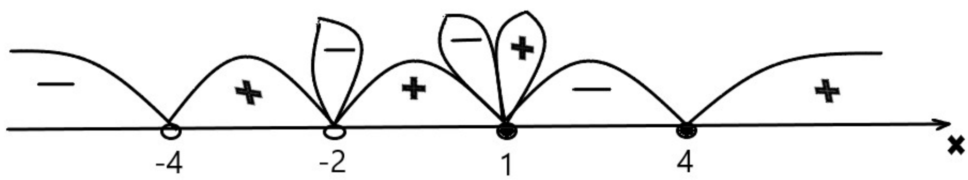


Ответ: {3}U(6; +∞)

№ 4. $\frac{(x-1)^3(x-4)}{(x+4)(x+2)^2} \leq 0$

$$\frac{(x-1)^3(x-4)}{(x+4)(x+2)^2} = 0$$

x = 4; x = 1; x ≠ -4; x ≠ -2



Ответ: (-∞; -4)U[1; 4]

№ 5. Работа в парах

По заданному ответу составьте неравенство. (-∞; -3]U{-1}U(2; 4)

$\frac{(x+1)^2(x+3)}{(x-2)(4-x)} \geq 0$; $\frac{(x+1)^2(x+3)}{(x-2)(x-4)} \leq 0$ возможные неравенства

7. Подведение итогов урока. (2 минуты)

С каким новым методом решения неравенств мы сегодня познакомились?

В чем преимущество данного метода? (возможность привычного чередования знаков; не теряются одиночные точки)